Olimpiada Naționala de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2012
Clasa a X-a

BAREME DE CORECTARE clasa a X-a

1)

a. f este descrescatoare pe $\left(0,\sqrt{a}\right)$ şi crescatoare pe $\left(\sqrt{a},\infty\right)$.........4p

b. Arata ca P$\le$5,(folosind eventual a)) cu egalitate pentru a=2, b=1, c=1……3p

2) $2a^x\log_a x+2a^y\log_a y=\left(a^x+a^y\right)\left(\log_a x+\log_a y\right)$

$\left(a^x-a^y\right)\left(\log_a x-\log_a y\right)=0$ *-2p*

Observă inegalitatea lui Cebâşev şirurile $\left(a^{x_1},a^{x_2},...,a^{x_n}\right)$ şi $\left(\log_a x_1,\log_a x_2,...,\log_a x_n\right)$ au aceeaşi monotonie. *-2p*

Invocarea inegalității lui Cebâşev *-1p*

Finalizare *-2p*

3)

a. Demonstrarea prin concavitate sau inducție *-2p*

b.

1. $f(x)=\sqrt[n]{x}$ şi $g(x)=x+\sqrt[n]{x+1}$ sunt concave şi crescătoare. *-1p*
2. Compunerea a două funcții concave şi crescătoare este funcție concavă. *-2p*
3. Ecuația $h(x)=f\circ g(x)=ax+b$ are cel mult două soluții şi finalizare. *-2p*

4)

a. Realizarea figurii şi $DM\cap AE=\{P\}$, $FN\cap AE=\{Q\}$ *-1p*

b. Scrierea relației lui Menelaus în ΔABE şi ΔACE. *-2p*

c. Observarea relației $\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{AN}{AC}$. *-3p*

d. Justificarea $\dfrac{AM}{AB}\ne\dfrac{1}{2}$. *-1p*